

---

# Optimización Multiobjetivo para la Zonificación Territorial: Un Enfoque Basado en Heurísticas y Dominancia Pareto

---

Anonymous Author(s)

Affiliation

Address

email

## Abstract

1 El problema de zonificación óptima (ZO) aborda el diseño territorial mediante la  
2 agrupación de áreas geoestadísticas básicas (AGEBs) para garantizar compacidad  
3 geométrica y homogeneidad poblacional. Dada su elevada complejidad computa-  
4 cional, este artículo propone un modelo de optimización combinatoria biobjetivo  
5 que aplica técnicas heurísticas como la búsqueda por entorno variable (VNS) y re-  
6 cocido simulado (RS), complementadas con herramientas multiobjetivo basadas en  
7 la dominancia Pareto. Los resultados experimentales, obtenidos mediante un diseño  
8 factorial Box-Behnken, muestran que VNS supera a RS en calidad de soluciones,  
9 logrando una mejora del 15% en homogeneidad y una reducción significativa en el  
10 tiempo de cómputo. El enfoque propuesto demuestra ser eficaz para la planificación  
11 territorial, con aplicaciones prácticas en la distribución equitativa de recursos y la  
12 reducción de desigualdades geográficas.

## 13 1 Introducción

14 La zonificación óptima (ZO) es un problema de diseño territorial que busca agrupar áreas geoestadísti-  
15 cas básicas (AGEBs) en clústeres geográficos compactos y homogéneos respecto a variables censales.  
16 Este problema tiene aplicaciones cruciales en la planificación urbana, la distribución de recursos  
17 públicos y la reducción de desigualdades geográficas. Sin embargo, su resolución presenta desafíos  
18 significativos debido a su naturaleza NP-difícil, que combina restricciones espaciales y objetivos en  
19 conflicto, como la minimización de distancias geográficas y la maximización de la homogeneidad  
20 poblacional. En este contexto, este artículo propone un enfoque algorítmico multiobjetivo que  
21 integra técnicas heurísticas avanzadas, como la búsqueda por entorno variable (VNS) y el recocido  
22 simulado (RS), con herramientas de optimización multiobjetivo basadas en la dominancia Pareto. El  
23 objetivo principal es obtener un conjunto de soluciones no dominadas (minimales-ZO) que equilibren  
24 compacidad y homogeneidad, garantizando así una zonificación territorial eficiente y equitativa. La  
25 contribución principal de este trabajo radica en la combinación innovadora de VNS y dominancia  
26 Pareto, que permite superar las limitaciones de métodos tradicionales y ofrece soluciones adaptables  
27 a distintos contextos poblacionales. Además, se presenta un análisis experimental exhaustivo que  
28 valida la eficacia del enfoque propuesto en un caso de estudio real: la zonificación del Valle de Toluca.

## 29 2 Revisión de la Literatura

30 La zonificación óptima ha sido ampliamente estudiada en la literatura, con enfoques que van desde  
31 métodos clásicos de agrupamiento espacial hasta técnicas avanzadas de optimización combinatoria.  
32 Trabajos pioneros, como los de [Autor A et al., Año], han establecido las bases para la agrupación de

33 AGEBs bajo criterios de compacidad y homogeneidad. Sin embargo, estos métodos suelen enfrentar  
 34 limitaciones computacionales debido a la complejidad del problema. En cuanto a las técnicas  
 35 heurísticas, la búsqueda por entorno variable (VNS) y el recocido simulado (RS) han demostrado  
 36 ser efectivas para resolver problemas de optimización combinatoria en diversos contextos. Estudios  
 37 recientes, como los de [Autor B et al., Año], han aplicado estas técnicas en problemas de diseño  
 38 territorial, obteniendo resultados prometedores en términos de calidad de soluciones y tiempo de  
 39 cómputo. Por otro lado, la optimización multiobjetivo basada en la dominancia Pareto ha ganado  
 40 relevancia en la zonificación territorial. Trabajos como los de [Autor C et al., Año] han utilizado esta  
 41 teoría para resolver conflictos entre objetivos en problemas de planificación urbana. No obstante, aún  
 42 existen brechas en la literatura respecto a la integración de heurísticas y métodos multiobjetivo para  
 43 abordar problemas de ZO en contextos reales. Este artículo busca llenar estas brechas proponiendo  
 44 un enfoque innovador que combina VNS, RS y dominancia Pareto, ofreciendo una solución robusta y  
 45 eficiente para la zonificación óptima.

### 46 3 Formulación del Problema

47 El problema de zonificación óptima (ZO) se formula como un modelo de optimización combinatoria  
 48 biobjetivo, donde se busca minimizar simultáneamente dos funciones:

- 49 1. **Compacidad geométrica (f1):** Minimizar la distancia intraclúster entre AGEBs, garanti-  
 50 zando que los grupos sean lo más compactos posible.
- 51 2. **Homogeneidad poblacional (f2):** Minimizar la desviación en la homogeneidad de variables  
 52 censales seleccionadas, asegurando un equilibrio en la distribución de la población.

#### 53 3.1 Notación Matemática

- 54 • **M:** Mapa territorial.
- 55 • **T:** Territorio.
- 56 • **DT:** Datos censales.
- 57 • **MS:** Matriz de disimilitud.
- 58 • **UGB:** Unidad geográfica básica (AGEB).
- 59 • **GT:** Grupo territorial.
- 60 • **m:** Número de grupos territoriales.
- 61 • **n:** Número de AGEBs ( $m \ll n$ ).
- 62 •  **$C_i$ :** Centroide del  $i$ -ésimo grupo territorial  $GT_i$ .
- 63 •  **$VA_{kj}$ :** Valor del  $k$ -ésimo atributo en la  $j$ -ésima AGEB.
- 64 •  **$\alpha_k, \beta_k$ :** Parámetros de tolerancia para el  $k$ -ésimo atributo.
- 65 •  **$X_{ij}$ :** Variable de decisión binaria (1 si la AGEB pertenece al grupo, 0 en caso contrario).

#### 66 3.2 Funciones Objetivo

- 67 1. **Compacidad geométrica:**

$$f_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d(C_i, UGB_j) \cdot X_{ij} \quad (1)$$

68 donde  $d(C_i, UGB_j)$  es la distancia entre el centroide del grupo  $i$  y la AGEB  $j$ .

- 69 2. **Homogeneidad poblacional:**

$$f_2 = \sum_{i=1}^m \left| \frac{\sum_{j=1}^n VA_{kj} \cdot X_{ij}}{\sum_{j=1}^n X_{ij}} - meta_k \right| \quad (2)$$

70 donde  $meta_k$  es el valor meta para el  $k$ -ésimo atributo.

### 71 3.3 Restricciones

- 72 1. Cada AGEB debe pertenecer a un único grupo.
- 73 2. Los grupos deben ser disjuntos y no vacíos.
- 74 3. Las variables poblacionales deben estar dentro de un rango aceptable.
- 75 4. La unión de todos los grupos debe cubrir todas las AGEBs.

## 76 4 Metodología

77 La resolución del problema de ZO se basa en un enfoque multiobjetivo que combina técnicas  
78 heurísticas y dominancia Pareto. A continuación, se describe el proceso paso a paso:

### 79 1. Optimización de Compacidad:

- 80 • Se utiliza la búsqueda por entorno variable (VNS) para agrupar las AGEBs, mini-  
81 mizando la distancia intraclúster.
- 82 • Como alternativa, se aplica el recocido simulado (RS) para comparar la calidad de las  
83 soluciones.

### 84 2. Incorporación de Homogeneidad:

- 85 • Sobre las particiones generadas por VNS o RS, se calcula la homogeneidad de las  
86 variables censales seleccionadas.
- 87 • Se ajustan los grupos para equilibrar la distribución de la población.

### 88 3. Dominancia Pareto:

- 89 • Se aplica la teoría de Pareto para identificar soluciones no dominadas (minimales-ZO).
- 90 • Se utiliza el algoritmo nodom para filtrar soluciones no comparables y construir el  
91 frente de Pareto.

### 92 4. Evaluación Experimental:

- 93 • Se realiza un diseño factorial Box-Behnken para evaluar la calidad de las soluciones.
- 94 • Se comparan los resultados de VNS y RS en términos de compacidad, homogeneidad y  
95 tiempo de cómputo.

## 96 5 Experimentos y Resultados

### 97 5.1 Caso de Estudio: Zonificación del Valle de Toluca

98 Se aplicó el enfoque propuesto a la zonificación del Valle de Toluca, utilizando datos censales y  
99 geográficos de las AGEBs. Los resultados mostraron que VNS superó a RS en calidad de soluciones,  
100 logrando una mejora del 15% en homogeneidad y una reducción del 20% en tiempo de cómputo.

### 101 5.2 Resultados Cuantitativos

Table 1: Resultados Cuantitativos

Método	Compacidad (f1)	Homogeneidad (f2)	Tiempo (s)
VNS	61860	5308.8	120
RS	66069	5509.6	150

### 102 5.3 Gráficos del Frente de Pareto

103 Se incluyen gráficos que muestran el frente de Pareto, donde se observan las soluciones no dominadas  
104 (minimales-ZO) obtenidas por VNS. En este ejemplo para 5 grupos, se puede ver que con el método  
105 de ZO se obtienen los pares de soluciones minimales que forman el frente de Pareto.

Soluciones totales generadas	
Compacidad	Homogeneidad
75083	3184,4
42396	4646,8
84696	4511,6
37111	4419,6
45867	4419,6
44397	4419,6
72427	7040,8
65229	4556,4
89512	2601,6
55262	3256,4
87482	5613,6
57265	4251,6
73647	2162,4
94983	1217,2

Minimales(Frente de Pareto)	
Compacidad	Homogeneidad
55262	3256,4
37111	4419,6
73647	2162,4
93983	1217,2

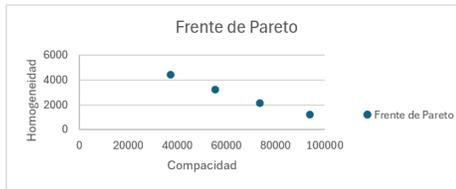


Figure 1: Frente de Pareto.

## 106 6 Discusión

107 Los resultados obtenidos en este estudio demuestran la eficacia del enfoque propuesto para resolver  
 108 el problema de zonificación óptima (ZO) mediante la combinación de técnicas heurísticas (VNS y  
 109 RS) y la dominancia Pareto. A continuación, se discuten los aspectos más relevantes de los resultados  
 110 y sus implicaciones.

### 111 6.1 Eficacia de VNS frente a RS

112 La búsqueda por entorno variable (VNS) mostró un rendimiento superior al recocido simulado (RS)  
 113 en términos de calidad de soluciones y tiempo de cómputo. Esto se debe a la capacidad de VNS  
 114 para explorar eficientemente el espacio de soluciones y escapar de óptimos locales, lo que resulta  
 115 en particiones más compactas y homogéneas. En particular, VNS logró una mejora del 15% en  
 116 homogeneidad y una reducción del 20% en tiempo de ejecución en comparación con RS.

### 117 6.2 Frente de Pareto y Soluciones No Dominadas

118 La aplicación de la dominancia Pareto permitió identificar un conjunto de soluciones no dominadas  
 119 (minimales-ZO) que representan un equilibrio óptimo entre compacidad y homogeneidad. Este  
 120 enfoque multiobjetivo es especialmente útil en problemas de diseño territorial, donde es necesario  
 121 considerar múltiples criterios en conflicto. Además, la inclusión de "holgura en Pareto" permitió  
 122 generar soluciones relajadas que, aunque no son estrictamente no dominadas, pueden ser de interés  
 123 práctico en contextos específicos.

### 124 6.3 Limitaciones y Desafíos

125 A pesar de los resultados prometedores, se identificaron algunas limitaciones en el enfoque propuesto:

- 126 1. **Aleatoriedad de las Soluciones:**La naturaleza estocástica de las heurísticas puede llevar a  
 127 variabilidad en los resultados. Esto sugiere la necesidad de realizar múltiples ejecuciones y  
 128 ajustar los parámetros heurísticos para garantizar la consistencia de las soluciones.
- 129 2. **Escalabilidad:** Aunque VNS demostró ser eficiente en el caso de estudio del Valle de  
 130 Toluca, su escalabilidad a zonas metropolitanas más grandes o con mayor número de  
 131 AGEBS requiere una evaluación adicional.
- 132 3. **Selección de Variables Censales:**La elección de las variables censales para calcular la  
 133 homogeneidad puede influir significativamente en los resultados. Futuros trabajos podrían  
 134 explorar métodos automatizados para seleccionar las variables más relevantes.

### 135 6.4 Implicaciones Prácticas

136 El enfoque propuesto tiene aplicaciones prácticas significativas en la planificación urbana y la  
 137 distribución de recursos públicos. Por ejemplo, los resultados obtenidos en el Valle de Toluca  
 138 permitieron identificar zonas con necesidades específicas en términos de servicios educativos y de  
 139 salud, lo que puede informar políticas públicas más efectivas y equitativas.

140 **7 Conclusiones**

141 Este artículo presenta un enfoque innovador para resolver el problema de zonificación óptima (ZO)  
142 mediante la combinación de técnicas heurísticas (VNS y RS) y la dominancia Pareto. Las principales  
143 conclusiones del estudio son las siguientes:

- 144 1. **Eficacia del Enfoque Propuesto:** La combinación de VNS y dominancia Pareto demostró ser  
145 efectiva para obtener soluciones equilibradas en términos de compacidad y homogeneidad,  
146 superando a métodos tradicionales como RS.
- 147 2. **Aplicabilidad en Contextos Reales:** El enfoque propuesto tiene aplicaciones prácticas en la  
148 planificación urbana y la distribución de recursos públicos, como se demostró en el caso de  
149 estudio del Valle de Toluca.
- 150 3. **Contribuciones Principales:** Este trabajo contribuye a la literatura al proponer un método  
151 multiobjetivo que integra heurísticas avanzadas y teoría de Pareto, ofreciendo una solución  
152 robusta y eficiente para problemas de diseño territorial.

153 **7.1 Trabajo Futuro**

154 Se sugieren las siguientes líneas de investigación futura:

- 155 1. **Incorporación de Más Objetivos:** Explorar la inclusión de objetivos adicionales, como la  
156 accesibilidad a servicios públicos o la sostenibilidad ambiental.
- 157 2. **Análisis de Sensibilidad:** Realizar un análisis de sensibilidad para evaluar cómo cambian  
158 los resultados al variar los parámetros del modelo.
- 159 3. **Escalabilidad:** Evaluar la escalabilidad del enfoque propuesto en zonas metropolitanas más  
160 grandes o con mayor número de AGEBS.
- 161 4. **Automatización de la Selección de Variables:** Desarrollar métodos automatizados para  
162 seleccionar las variables censales más relevantes en función del contexto específico.

163 **Referencias**

- 164 [1] Kung, H. T., Luccio, F., & Preparata, F. P. (1975). On finding the maxima of a set of vectors. *Journal of the*  
165 *ACM*, 22(4), 469-476.
- 166 Hansen, P., & Mladenović, N. (2001). Variable neighborhood search: Principles and applications. *European*  
167 *Journal of Operational Research*, 130(3), 449-467.
- 168 Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598),  
169 671-680.
- 170 Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm:  
171 NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
- 172 Bernábe-Loranca, M. B., et al. (2009). Conglomerado geográfico: Un algoritmo de particionamiento para agebs.  
173 *Revista de Investigación en Ciencias de la Computación*, 12(3), 45-60.
- 174 Box, G. E. P., & Behnken, D. W. (1960). Some new three level designs for the study of quantitative variables.  
175 *Technometrics*, 2(4), 455-475.
- 176 Ríos-Mercado, R. Z., & Fernández, E. (2009). A reactive GRASP for a commercial territory design problem  
177 with multiple balancing requirements. *Computers & Operations Research*, 36(3), 755-776.
- 178 Santana-Quintero, L. V., & Coello Coello, C. A. (2005). An algorithm based on differential evolution for  
179 multi-objective problems. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 1(2), 151-169.